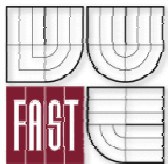

Geometrické uspořádání koleje

Krajní přechodnice

Otto Plášek, doc. Ing. Ph.D.

Ústav železničních konstrukcí a staveb



Tato prezentace byla vytvořena pro studijní účely studentů 3. ročníku bakalářského studia oboru „Konstrukce a dopravní stavby“ na Fakultě stavební VUT v Brně a nesmí být použita k žádným jiným účelům. Některé snímky prezentace bez vysvětlení na přednášce mohou být méně srozumitelné.

Krajní přechodnice

Požadavky na přechodnicové křivky

- Základní funkce přechodnice:
 - zajistit plynulý přechod mezi přímou a kružnicovým obloukem, křivost se mění postupně z nuly na konečnou hodnotu;
 - poskytnout prostor pro plynulou změnu při zřízení převýšení nebo jeho změnu – vzestupnici;
 - zajistit plynulou změnu křivosti ve složených obloucích nebo mezi oblouky opačného směru.
- Přechodnicí je křivka, která splňuje následující podmínky:
 - jeden konec přechodnice má tečnu shodnou s navazující přímou;
 - druhý konec přechodnice má společnou tečnu s navazujícím obloukem;
 - křivost přechodnice v bodě navazujícím na kružnicový oblouk má být stejná jako křivost kružnicového oblouku;
 - křivost přechodnice v bodě navazujícím na přímou má být rovna nule;
 - průběh změny křivosti po délce přechodnice má odpovídat průběhu změny převýšení;
 - délka přechodnice má odpovídat délce přechodnice.

Délka přechodnice s lineárním nárůstem křivosti

Délka krajní přechodnice musí vyhovovat vztahu:

$$L_k \geq \frac{n_I \cdot I}{1000} \quad \text{nebo} \quad L_k \geq \frac{V \cdot I}{3,6 \cdot \frac{dI}{dt}}$$

Hodnoty součinitele změny nedostatku převýšení n_1 a časové změny nedostatku převýšení dI/dt pro lineární přechodnice

Rychlost [km/h]	Standardní hodnota		Mezní hodnota		Maximální / minimální hodnota	
	$n_{1,n}$	$(dI/dt)_n$	$n_{1,lim}$	$(dI/dt)_{lim}$	$n_{1,min}$	$(dI/dt)_{max}$
$V \leq 160$	10.V	27,78	4.V	69,44	4.V	69,44
$160 < V \leq 300$			8.V	34,72	6.V	46,30

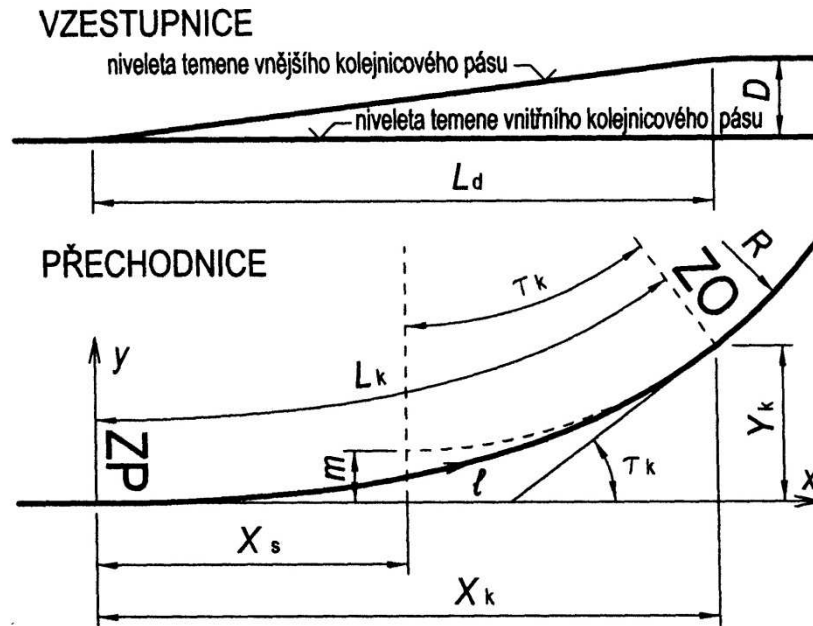
Vztah součinitele změny nedostatku převýšení n_1 a hodnoty dI/dt , je-li $n_1 = k \cdot V$, je:

$$k = \frac{277,8}{\frac{dI}{dt}}$$

Přechodnice s lineární vzestupnicí má mít délku:

$$L_k \geq 0,7 \cdot \sqrt{R}$$

Přechodnice s lineárním nárůstem křivosti



Předpokládáme konstantní rychlost vlaku, nárůst odstředivé síly je lineární. Křivost křivky je přímo úměrná vzdálenosti od začátku přechodnice:

$$\kappa = \text{const} \cdot l; \quad \kappa = \frac{1}{r}$$

$$\frac{l}{\kappa} = \text{const}; \quad \frac{l}{\frac{1}{r}} = l \cdot r = \text{const}$$

$$l \cdot r = L_k \cdot R = \text{const}$$

Taková ideální křivka se nazývá **klotoida**. Průběh křivosti je možné napsat:

$$\kappa = \frac{1}{r} = \frac{l}{L_k \cdot R} = \frac{d\tau}{dl}$$

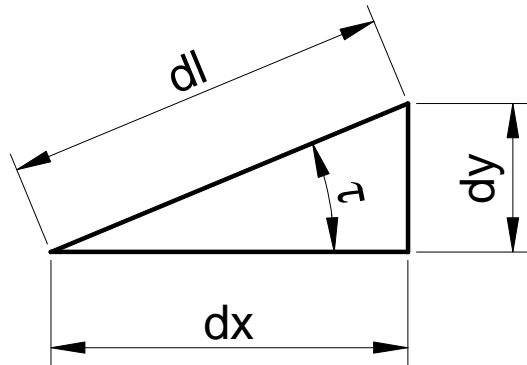
Pro výpočet úhlu τ se použije:

$$d\tau = \frac{l}{L_k \cdot R} \cdot dl; \quad \tau = \int \frac{l}{L_k \cdot R} \cdot dl = \frac{l^2}{2 \cdot L_k \cdot R} + C$$

Po zavedení okrajových podmínek:

$$l = 0 \Rightarrow \tau = 0 \Rightarrow C = 0; \quad \tau = \frac{l^2}{2 \cdot L_k \cdot R}$$

Přechodnice s lineárním nárůstem křivosti



$$\frac{dy}{dx} \text{ je úměrné } \tau = \frac{l^2}{L_k \cdot R}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} \text{ je úměrné } \frac{d\tau}{dl} = \frac{l}{L_k \cdot R}$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} \text{ je úměrné } \frac{d^2\tau}{dl^2} = \frac{1}{L_k \cdot R} = \text{const}$$

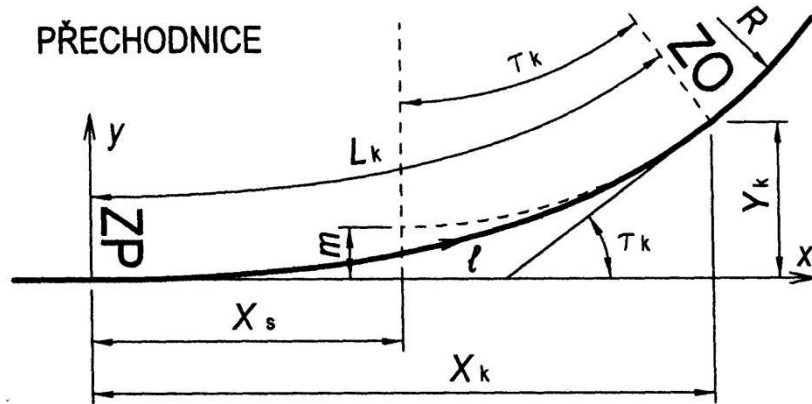
$$dx = dl \cdot \cos \tau = dl \cdot \left(\tau - \frac{\tau^3}{3!} + \frac{\tau^5}{5!} - \dots \right) = dl \cdot \left(\frac{l^2}{2 \cdot L_k \cdot R} - \frac{l^6}{48 \cdot L_k^3 \cdot R^3} + \frac{l^{10}}{3840 \cdot L_k^5 \cdot R^5} - \dots \right)$$

$$dy = dl \cdot \sin \tau = dl \cdot \left(1 - \frac{\tau^2}{2!} + \frac{\tau^4}{4!} - \dots \right) = dl \cdot \left(1 - \frac{l^4}{8 \cdot L_k^2 \cdot R^2} + \frac{l^8}{384 \cdot L_k^4 \cdot R^4} - \dots \right)$$

$$x = \int \left(\frac{l^2}{2 \cdot L_k \cdot R} - \frac{l^6}{48 \cdot L_k^3 \cdot R^3} + \frac{l^{10}}{3840 \cdot L_k^5 \cdot R^5} - \dots \right) \cdot dl = \left(\frac{l^3}{6 \cdot L_k \cdot R} - \frac{l^7}{336 \cdot L_k^3 \cdot R^3} + \frac{l^{11}}{42240 \cdot L_k^5 \cdot R^5} - \dots \right)$$

$$y = \int \left(1 - \frac{l^4}{8 \cdot L_k^2 \cdot R^2} + \frac{l^8}{384 \cdot L_k^4 \cdot R^4} - \dots \right) \cdot dl = \left(1 - \frac{l^5}{40 \cdot L_k^2 \cdot R^2} + \frac{l^9}{3456 \cdot L_k^4 \cdot R^4} - \dots \right)$$

Klotoida



$$X_k = L_k - \frac{L_k^3}{40 \cdot R^2} + \frac{L_k^5}{3456 \cdot R^4}$$

$$Y_k = \frac{L_k^2}{6 \cdot R} - \frac{L_k^4}{336 \cdot R^3} + \frac{L_k^6}{42240 \cdot R^5}$$

$$X_k = \sum_{n=1}^{\infty} L_k \cdot (-1)^{n+1} \frac{\tau_k^{2n-2}}{(4n-3)(2n-2)!}$$

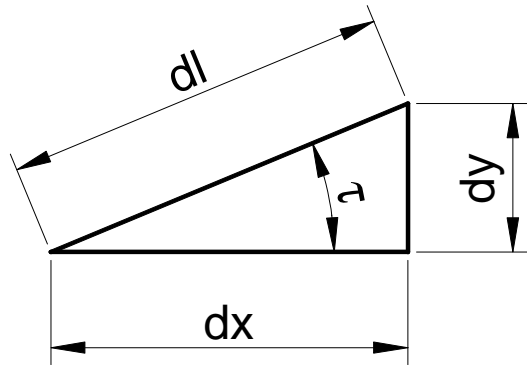
$$Y_k = \sum_{n=1}^{\infty} L_k \cdot (-1)^{n+1} \frac{\tau_k^{2n-1}}{(4n-1)(2n-1)!}$$

$$l \cdot r = L_k \cdot R = \text{const} = A^2; \quad \tau_k = \frac{L_k}{2R} [\text{rad}]!!!!$$

$$X_s = X_k - R \cdot \sin \tau_k = \frac{L_k}{2} - \frac{L_k^3}{240 \cdot R^2}$$

$$m = Y_k - R \cdot (1 - \cos \tau_k) = \frac{L_k^2}{24 \cdot R} + \frac{L_k^4}{2688 \cdot R^3}$$

Přechodnice zahrnující zjednodušení



Klotoida:

$$dx = dl \cdot \cos \tau$$

$$dy = dl \cdot \sin \tau$$

Kubická spirála:

$$dx = dl \cdot \cos \tau$$

$$\sin \tau = \tau \Rightarrow dy = dl \cdot \tau = dl \cdot \frac{l^2}{2 \cdot L_K \cdot R}$$

$$y = \int \frac{l^2}{2 \cdot L_K \cdot R} \cdot dl = \frac{l^3}{6 \cdot L_K \cdot R}$$

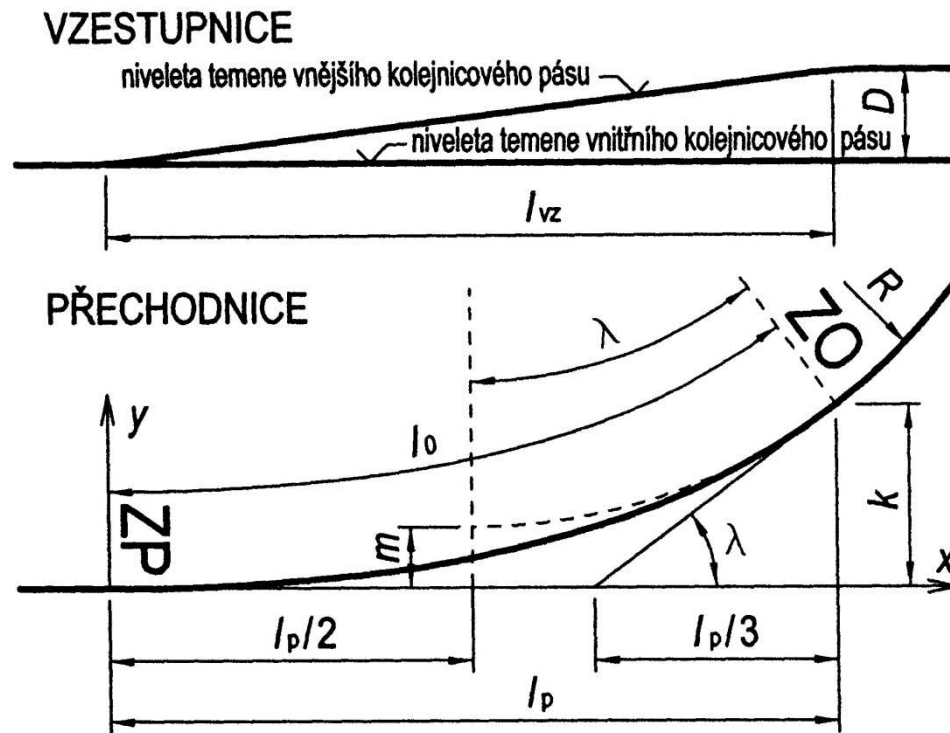
Kubická parabola:

$$\cos \tau = 1 \Rightarrow dx = dl \Rightarrow x = l$$

$$\sin \tau = \tau \Rightarrow dy = dl \cdot \tau = dx \cdot \frac{x^2}{2 \cdot L_K \cdot R}$$

$$y = \int \frac{x^2}{2 \cdot L_K \cdot R} \cdot dx = \frac{x^3}{6 \cdot L_K \cdot R}$$

Kubická parabola



$$y = \gamma \frac{x^3}{6 \cdot R \cdot l_p}; \quad \gamma = \frac{1}{\cos \lambda}$$

$$k = \frac{l_p}{3} \cdot \operatorname{tg} \lambda = \gamma \cdot \frac{l_p^2}{6 \cdot R}$$

$$\sin \lambda = \frac{l_p}{2 \cdot R}$$

$$m = k - R(1 - \cos \lambda)$$

$$X_s = \frac{l_p}{2}$$

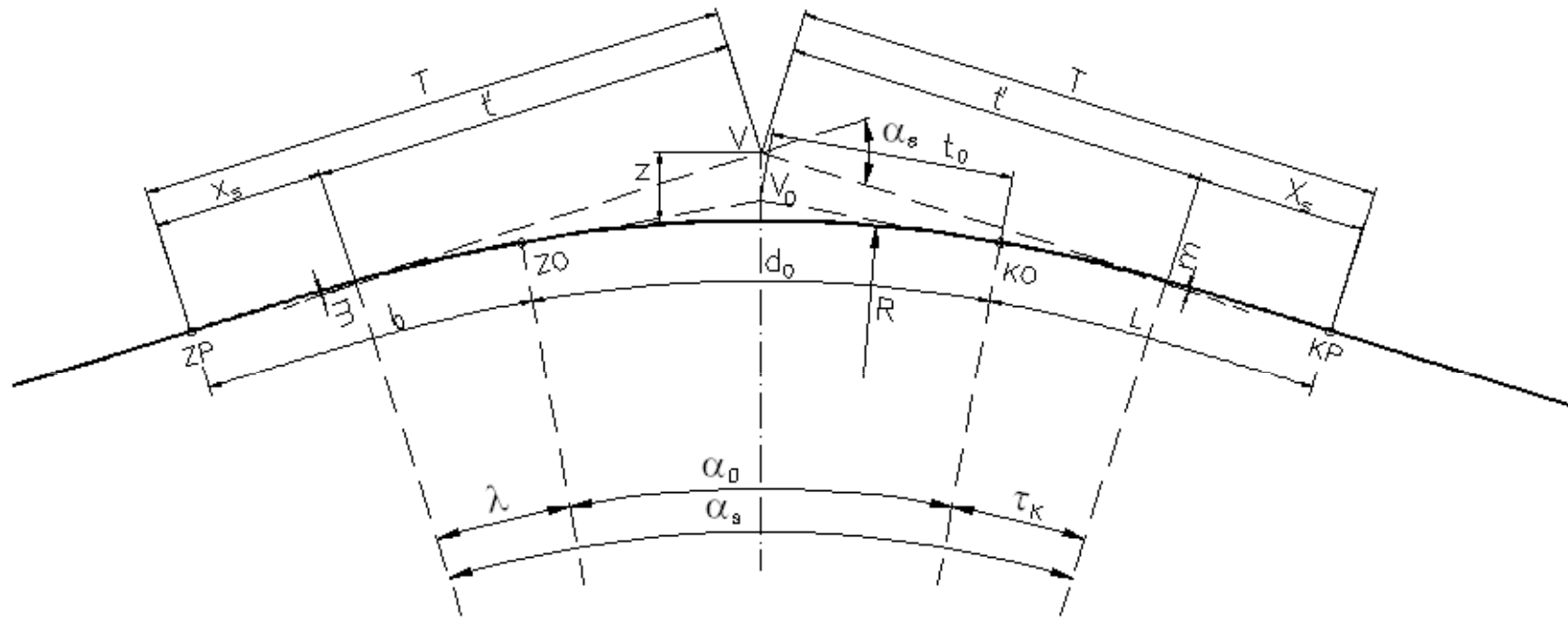
$$l_0 = l_p + \frac{l_p}{10} \operatorname{tg}^2 \lambda = l_p + \gamma^2 \frac{l_p^3}{40 \cdot R^2}$$

Pozn. hodnota L_k z návrhu délky přechodnice je u kubické paraboly délka přechodnice v tečně l_p

Kružnicový oblouk s krajními přechodnicemi - symetrický

Kubická parabola

Klotoida

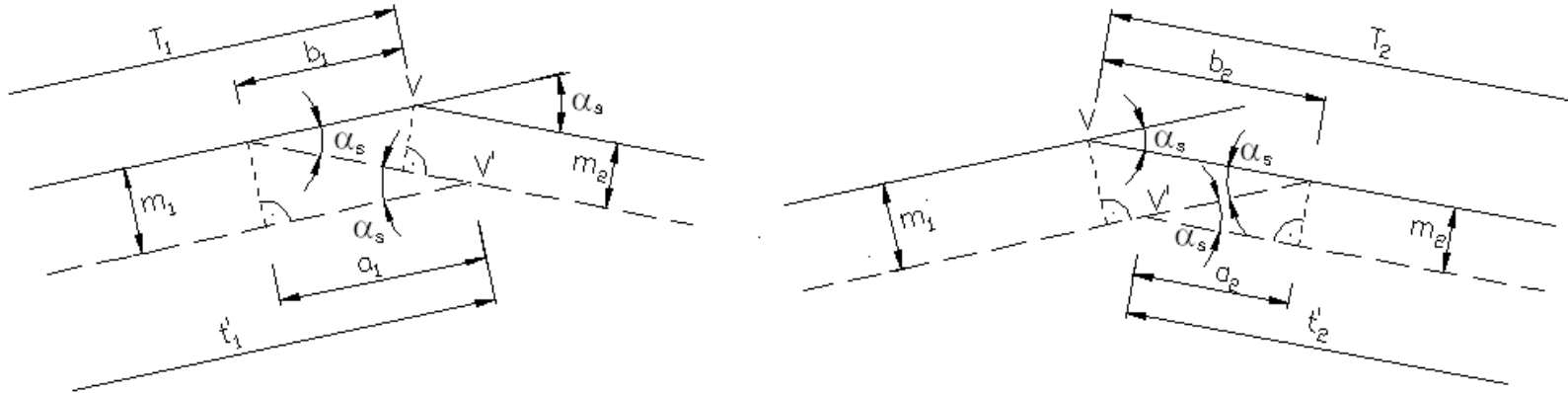


$$z = (R + m) \left(\frac{1}{\cos \frac{\alpha_s}{2}} - 1 \right) + m$$

$$T = X_s + t' = X_s + (m + R) \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha_s}{2}$$

Krajní přechodnice

Kružnicový oblouk s krajními přechodnicemi - symetrický



$$T_1 = X_{S1} + t_1 = X_{S1} + t'_1 - a_1 + b_1 = X_{S1} + R \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha_s}{2} - \frac{m_1}{\operatorname{tg} \alpha_s} + \frac{m_2}{\sin \alpha_s}$$

$$T_2 = X_{S2} + t_2 = X_{S2} + t'_2 - a_2 + b_2 = X_{S2} + R \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha_s}{2} - \frac{m_2}{\operatorname{tg} \alpha_s} + \frac{m_1}{\sin \alpha_s}$$

Přechodnice dle Blossse

- Tato přechodnice je vhodná zvláště v případech, kdy je třeba zachovat odsazení oblouku, ale je třeba zvětšit převýšení.
- Při opětovném použití přechodnice s lineární vzestupnicí, by se zvýšením převýšení délka přechodnice zvětšila a tím by se zvětšilo odsazení.
- Blossova přechodnice je při dodržení stejného odsazení delší než přechodnice s lineárním nárůstem křivosti a to zhruba v poměru $L_{Bloss}=1,29L_{klot}$.
- Přínos Blossovy přechodnice spočívá v nižší hodnotě odsazení ve srovnání s kubickou parabolou nebo klotoidou.
- V případě stísněných poměrů obvykle nelze měnit polohu tečen ani kružnicové části oblouku. Při dodržení shodného odsazení vyjde Blossova přechodnice delší, což umožní zvýšit převýšení.

Délka přechodnice s nárůstem křivosti dle Blossse

Délka krajní přechodnice musí vyhovovat vztahu:

$$L_k \geq \frac{1,5 \cdot n_l \cdot I}{1000} \quad \text{nebo} \quad L_k \geq \frac{V \cdot I}{2,4 \cdot \frac{dI}{dt}}$$

Hodnoty součinitele změny nedostatku převýšení n_l a časové změny nedostatku převýšení dI/dt pro nelineární přechodnice ve středu její délky

Rychlost [km/h]	Standardní hodnota		Mezní hodnota		Maximální / minimální hodnota	
	$n_{l,n}$	$(dI/dt)_n$	$n_{l,lim}$	$(dI/dt)_{lim}$	$n_{l,min}$	$(dI/dt)_{max}$
$V \leq 300$	5,3.V	52,41	4.V	69,44	3.V	92,59

Přechodnice dle Blossse

Odvození

$$D(l) = D \left[3 \left(\frac{l}{L_v} \right)^2 - 2 \left(\frac{l}{L_v} \right)^3 \right] \quad L_k = L_d \quad \frac{1}{r} = \frac{1}{R} \left[3 \left(\frac{l}{L_k} \right)^2 - 2 \left(\frac{l}{L_k} \right)^3 \right]$$

$$\int_0^\tau d\tau = \int_0^l \frac{1}{R} \left[3 \left(\frac{l}{L_k} \right)^2 - 2 \left(\frac{l}{L_k} \right)^3 \right] \cdot dl \quad \tau = \frac{l^3}{R \cdot L_v^2} - \frac{l^4}{2 \cdot R \cdot L_v^3} \quad \tau_k = \frac{L_k}{2R}$$

$$x = \int \cos \tau \cdot dl \quad x = \int \left(1 + \frac{-1}{2!} \left(\frac{l^6}{R^2 L_k^4} - \frac{l^7}{r^2 L_k^5} + \frac{l^8}{4R^2 L_k^6} \right) + \frac{1}{4!} \left(\frac{l^{12}}{R^4 L_k^8} - \frac{2l^{13}}{R^4 L_k^9} + \frac{3l^{14}}{2R^4 L_k^{10}} - \frac{l^{15}}{2R^4 L_k^{11}} + \frac{l^{16}}{16R^4 L_k^{12}} \right) \right) dl$$

$$y = \int \sin \tau \cdot dl \quad x = l - \frac{l^7}{14R^2 L_k^4} + \frac{l^8}{16R^2 L_k^5} - \frac{l^9}{72R^2 L_k^6} + \frac{l^{13}}{312R^4 L_k^8} - \frac{l^{14}}{168R^4 L_k^9} + \frac{l^{15}}{240R^4 L_k^{10}} - \frac{l^{16}}{768R^4 L_k^{11}} + \frac{l^{17}}{6528R^4 L_k^{12}}$$

$$X_k = L_k - \frac{L_k^3}{43,8261R^2} + \frac{L_k^5}{3696,63R^4}$$

$$y = \int \left(\left(\frac{l^3}{RL_k^2} - \frac{l^4}{2RL_k^3} \right) - \frac{1}{3!} \left(\frac{l^9}{R^3 L_k^6} - \frac{3}{2} \cdot \frac{l^{10}}{R^3 L_k^7} + \frac{3}{4} \cdot \frac{l^{11}}{R^3 L_k^8} - \frac{l^{12}}{8R^3 L_k^9} \right) \right) dl$$

$$y = \frac{l^4}{4RL_k^2} - \frac{l^5}{10RL_k^3} - \frac{l^{10}}{60R^3 L_k^6} + \frac{l^{11}}{44R^3 L_k^7} - \frac{l^{12}}{96R^3 L_k^8} + \frac{l^{13}}{624R^3 L_k^9}$$

$$Y_k = \frac{3L_k^2}{20R} - \frac{L_k^4}{363,175R^3}$$

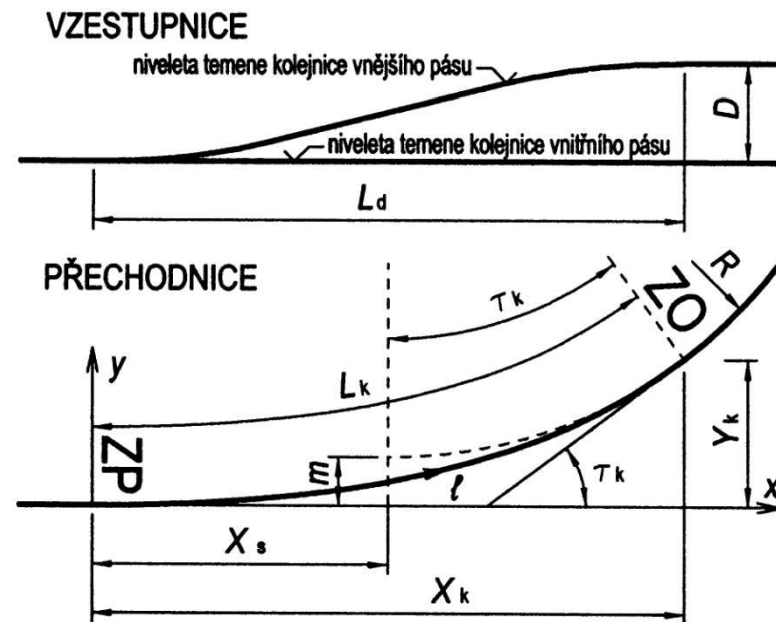
Krajní přechodnice

Přechodnice dle Blossse

Další vytyčovací parametry

$$m = Y_k - R(1 - \cos \tau_k) \quad m = \frac{L_k^2}{40R} - \frac{L_k^4}{6696,58R^3}$$

$$x_s = X_k - R \cdot \sin \tau_k \quad x_s = \frac{L_k}{2} - \frac{L^3}{504R^2} + \frac{L_k^5}{99010R^4}$$



Krajní přechodnice

Použitá a doporučená literatura

- [1] ČSN 73 6360-1 Konstrukční a geometrické uspořádání koleje železničních drah a její prostorová poloha. Část 1: Projektování
- [2] ČSN EN 13848-1 Železniční aplikace – Kolej – Geometrická kvalita koleje – Část 1: Popis geometrie koleje
- [3] Předpis SŽDC S3 Železniční svršek